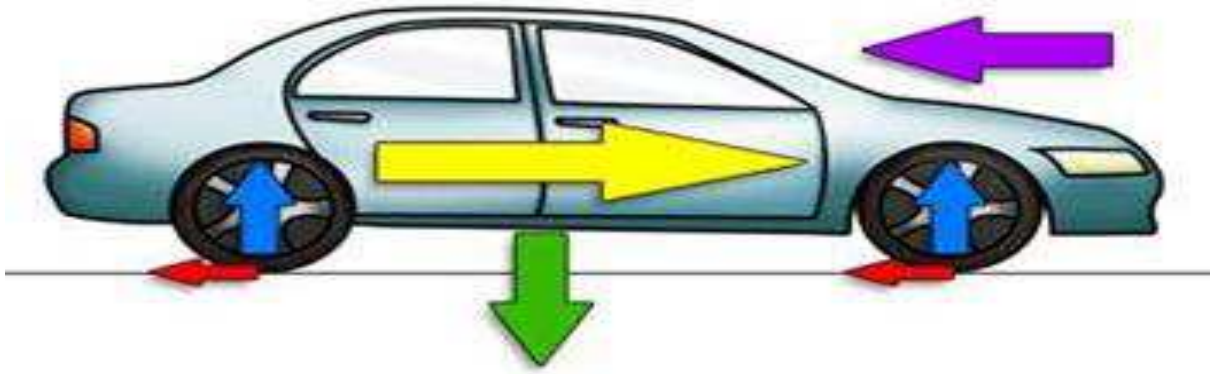


# أولاً :

## الديناميكا



Weight  
Reaction Force

Moving Direction  
Rolling Friction  
Drag Force



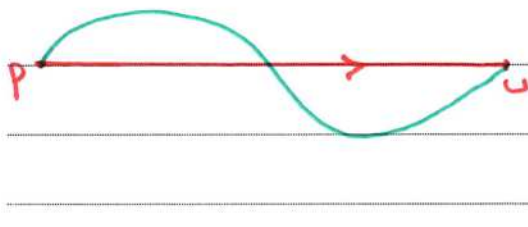
دائماً في العلى

٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧

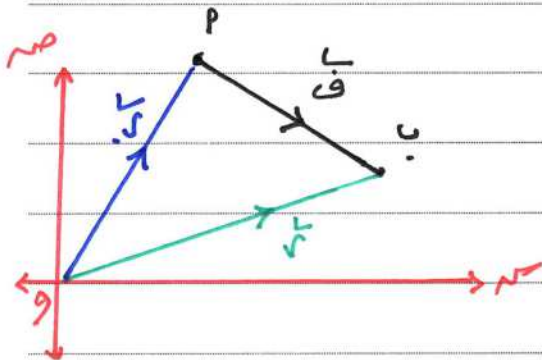
٠١١١٩٥٤٨٠٠

## الحركة المستقيمة

**متجه الإزاحة** هو متجه يمثل بقطعة مستقيمة موجهة  $\vec{AP}$  التي تنطبع من نقطة بدايتها  $P$  على الموضع الابتدائي للجسم ونقطة نهايتها  $Q$  على الموضع النهائي للجسم ويرمز لها بالرمز  $\vec{PQ}$



**ملحوظة** المسافة هي طول المسار الفعلي الذي قطعه الجسم والمسافة كمية قياسية



**العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الإزاحة**

$\vec{r}_1$  يسمى متجه موضع ابتدائي عند اللحظة الابتدائية  $(t_1)$  ويرمز له  $\vec{r}_1$

$\vec{r}_2$  يسمى متجه موضع نهائي عند اللحظة النهائية  $(t_2)$  ويرمز له  $\vec{r}_2$

$\therefore$  متجه الإزاحة  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

**تدريب** يتحرك جسم بحيث كانه متجه موضعه  $\vec{r}$  يعطى بالعلاقة:

$$\vec{r} = (t^3 + 2t^2 - 3t) \hat{i} + (1 - 4t^2) \hat{j} \text{ أو صير معيار متجه الإزاحة عند } t = 2$$

$$\begin{aligned} \text{عند } n=0 & \Rightarrow \sqrt{0} = 0 \\ \therefore \sqrt{0} - \sqrt{0} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1-2) - (1-4+3) &= \\ \therefore \sqrt{0} &= (1-4+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{عند } n=1 & \Rightarrow \sqrt{1} = (1-4+3) \\ \therefore \sqrt{1} &= 1 \end{aligned}$$

**ترتيب** إذا كان  $\sqrt{n}$  متجه موضع جسم يتحرك في خط مستقيم ويقيم ويقيم بالعلاقة :

$$\sqrt{n} = (3-4n^2) \text{ في أول مرة متجه الانزاحة بعد 4 ثوانه .}$$

**الحل**

$$\text{عند } n=0 \Rightarrow \sqrt{0} = 0$$

$$\therefore \sqrt{0} - \sqrt{0} = 0$$

$$\therefore \sqrt{0} = (3-4n^2)$$

$$\text{عند } n=4 \Rightarrow \sqrt{4} = (3-4n^2) = (3-64) = -61$$

**متجه السرعة** متجه سرعة جسم ذو الحركة الذي يصاحبه ياي قيمة السرعة وينطبق اتجاهه على اتجاه الحركة

**وحدات السرعة** كم/س : م/ث : سم/ث

**كم/س**

**لا ملاحظة**

$$\frac{50}{9} \times \text{سم/ث}$$

$$\frac{5}{18} \times \text{م/ث}$$



هي التي يكون فيها مصير واتجاه السرعة ثابتاً .  
وفي حالة الحركة المنتظمة يكونه :-

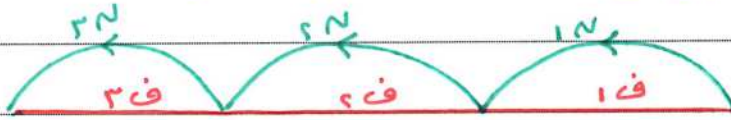
## الحركة المنتظمة

١) مصير الإزاحة = المسافة المقطوعة

٢) القانون المستخدم :  $V = \frac{S}{t}$

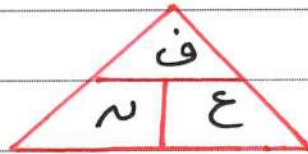
٣) يسمى متجه السرعة الثابتة في هذه الحالة بمتجه السرعة المنتظمة.

٤) الجسم يقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية



٥) الجسم يتحرك : بأقصى سرعة - سرعة ثابتة - سرعة منتظمة

لاحظ أنه في الحركة المنتظمة



تدريب ٣

المسافة المقطوعة

١) إذا تحرك جسم فإليه مقدار الإزاحة

أ) < ب) > ج) > د) >

٢)  $٩٠ \text{ كم/س} = ٧٥ \text{ كم/س}$

أ)  $\frac{٥}{٩}$  ب) ٧٥ ج) ١٨٠ د) ٩٠

٣) إذا تحركت سيارة بسرعة منتظمة مقدارها ٧٥ كم/س لمدة ٩٠ دقيقة فإليه  
المسافة المقطوعة بالكم تساوي

أ) ١٥ ب) ٩٠ ج) ٩٥ د) ٣٠

١٣

٤٠ كم / دقيقة =

٥٧٠

١٦٤

١٩٥

٧٥٠

٥ الزمن بالساعة الذي تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ١٣٠ في قطع مسافة ١٨٠ كم يساوي

٣

$\frac{1}{2}$

٤

$\frac{1}{4}$

الحل

٥

٤

٣

٢

١

٥

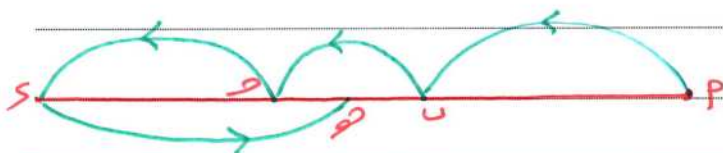
٤

٣

٢

١

الحركة المتغيرة هي الحركة التي يتغير فيها مقدار السرعة الجسيم في المقدار أو الاتجاه أو في كليهما مع لحظة إلى أخرى



السرعة المتوسطة

السرعة المتوسطة (م/ث) خلال فترة زمنية هي:

مخرج قسمة المسافة الكلية على الزمن الكلي خلال هذه الفترة

$$\text{السرعة المتوسطة (م/ث)} = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}}$$

متجه السرعة المتوسطة

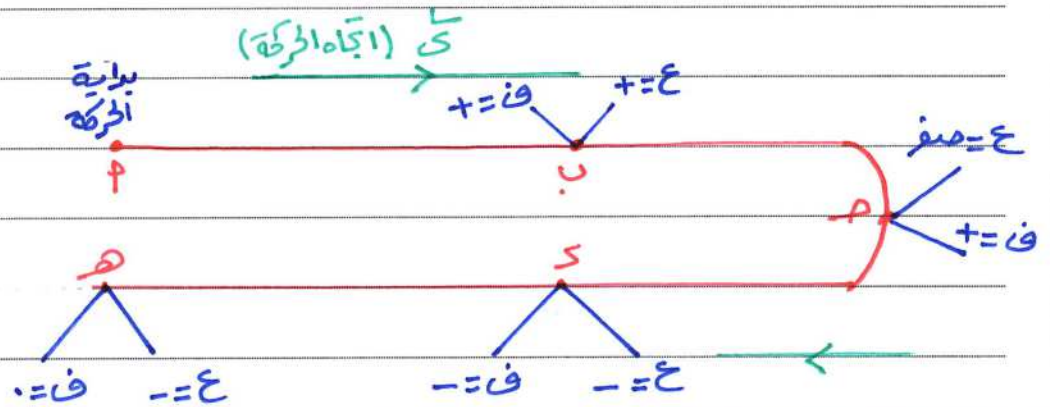
إذا تحرك جسيم وتواجد عند نقطتين زمنيتين  $t_1$  و  $t_2$  وكان في  $t_1$  هو متجه الإزاحة في  $t_2$ :

$$\text{متجه السرعة المتوسطة} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{L}{t_2 - t_1}$$



في حالة الحركة في خط مستقيم ثابتة نفرض متجه وسرعة  $\vec{v}$  في اتجاه  
يوازي اتجاه الحركة ك  $\vec{v}$  القياس الجبري لطبقه اللازمة ك  $\vec{v}$  القياس  
الجبري لطبقه السرعة فإنه يملك وصف حركة جسم كالتالي :-

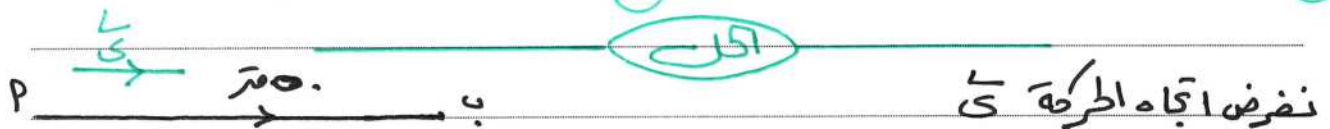
ملحوظة هامة



نأخذ مثالاً دراجة مسافة ٥٠ متر على طريق مستقيم في زمن قدرة  
٣ ثانية ثم عاود قطع مسافة ٣٠ متر في الاتجاه المعاكس في زمن  
قدرة ١٠ ثواني أو صبر في نهاية الرحلة :-

ترتيب

- ١) اللازمة المادية
- ٢) المسافة الكلية
- ٣) السرعة المتوسطة
- ٤) متجه السرعة المتوسطة



١) اللازمة =  $L_{٥٠} + (-L_{٣٠}) = L_{٢٠}$

٢) المسافة الكلية =  $٥٠ + ٣٠ = ٨٠$  متر

٣) السرعة المتوسطة =  $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{٨٠}{١٠+٣} = \frac{٨٠}{١٣} = \frac{٨٠}{١٣} \text{ م/ث}$

٤) متجه السرعة المتوسطة =  $\frac{\text{اللازمة}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{L_{٢٠}}{٣} = \frac{L_{٢٠}}{٣}$

**تدريب ٥** قطع راكب دراجة ٣٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٨ كم/س ثم عاد على نفس الطريق فقطع ٢٠ كم في الاتجاه المضاد بسرعة ٥ كم/س أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها.

الحل

$$\text{المرحلة ب : } 18 = \frac{30}{18} = \frac{1}{6} \text{ ساعة}$$

$$\text{المرحلة ب : } 18 = \frac{30}{18} = \frac{1}{6} \text{ ساعة}$$

$$\text{المرحلة ب : } 18 = \frac{30}{18} = \frac{1}{6} \text{ ساعة}$$

$$\text{المرحلة ب : } 18 = \frac{30}{18} = \frac{1}{6} \text{ ساعة}$$

$$\therefore \text{إجمالي الزمن الكلي} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \text{ ساعات}$$

$$\text{متجه الإزاحة} = \vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 = 10 \text{ كم}$$

$$\text{متجه السرعة المتوسطة} = \vec{v} = \frac{\vec{r}}{t} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20 \text{ كم/س}$$

$$\therefore \text{متجه السرعة المتوسطة له نفس اتجاه} \vec{r} \text{ ومساوية } 20 \text{ كم/س}$$

**تدريب ٦** تواجد جسم عند نقطتين زويتين ٣ و ٧ ثوانه عند الموضعين P (٢٥٥) و Q (١٠٩) على الترتيب. أوجد متجه السرعة للجسم خلال هذه الفترة الزمنية. ثم أوجد معيارها واتجاهها.

الحل

$$\text{متجه الإزاحة : } \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 109 - 255 = -146$$

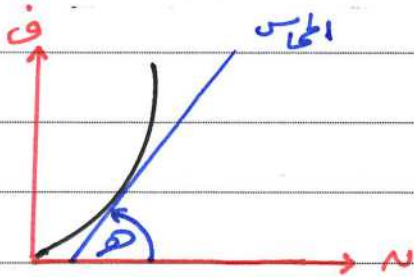
$$(109) - (255) = -146$$

$$\text{متجه السرعة المتوسطة} = \vec{v} = \frac{\vec{r}}{t} = \frac{-146}{3-7} = \frac{-146}{-4} = 36.5$$

$$\text{معيار سرعة الجسم} = 36.5 \text{ وحدة سرعة } \hat{r} \text{ اتجاهها } \hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{-146}{146} = -1 \text{ : اتجاهه } 180^\circ$$



## التحليل البياني للعلاقة بين الازاحة - الزمن

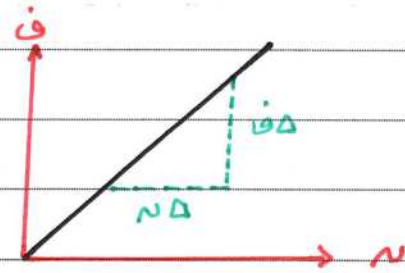


شكل الحركة : متغيرة

متجه السرعة اللحظية

= ميل المماس للمكان عند هذه اللحظة

$$= \frac{\Delta F}{\Delta N}$$



\* شكل الحركة : منتظمة

\* متجه السرعة اللحظية = متجه السرعة المتوسطة

$$= \frac{\Delta F}{\Delta N} = \text{ميل الخط البياني}$$

ترتيب  
٧

١ إذا تحرك جسم في خط مستقيم ٩ متر شرقاً ثم عاد ٣ متر غرباً فإيه الازاحة =

١٢ متر في اتجاه الغرب (ب)

١٢ متر في اتجاه الشرق (د)

٦ متر في اتجاه الغرب (ج)

٦ متر في اتجاه الشرق (هـ)

٢ تحرك رائب دراجة ٦ كم غرباً ثم تحرك بعد ذلك ٨ كم بزاوية قياسها ٦٠° جنوباً الغرب فإيه مقدار الازاحة التي قطعها رائب الدراجة =

١٢ (ب)

٣٧ (ج)

٣٧ (د)

١٢ (هـ)

٣ قطع رائب دراجة ٤٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ٤٠ كم/س في اتجاه واحدة ثم عاد و قطع مسافة ٥٠ كم في الاتجاه المعاكس بسرعة ٥٠ كم/س فإيه متجه السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها هو

١٨ (ب)

٥٥ (ج)

٤١ (د)

١٧ (هـ)

الحل: { هـ } { د } { ب } { ج }



## السرعة النسبية

السرعة النسبية لجسم  $P$  بالنسبة لجسم آخر  $C$  هي السرعة التي يبدو للجسم  $P$  أنه يتحرك بها لو اعتبرنا الجسم  $C$  في حالة سكون.

$$\vec{v}_{P/C} = \vec{v}_P - \vec{v}_C$$

ملاحظة سرعة  $P$  بالنسبة إلى  $C$

$$\vec{v}_{C/P} = \vec{v}_C - \vec{v}_P$$

ملاحظة سرعة  $C$  بالنسبة إلى  $P$

$$\vec{v}_{P/C} = \vec{v}_P - \vec{v}_C$$

$$\vec{v}_{C/P} = \vec{v}_C - \vec{v}_P$$

إذا تحرك الجسم في اتجاه واحد

إذا تحرك الجسم في اتجاهين متضادين

$$\vec{v}_{P/C} = \vec{v}_P - \vec{v}_C$$

ملاحظة

١

٢

٣

**تدريب** تتحرك سيارة  $(P)$  على طريق مستقيم بسرعة  $50$  كم/س وتتحرك سيارة

أخرى  $(C)$  على نفس الطريق بسرعة  $80$  كم/س أو بعد سرعة السيارة

$(P)$  بالنسبة للسيارة  $(C)$  في كل من الحالتين الآتيتين :-

١ السيارتين في اتجاه واحد ٢ السيارتين في اتجاهين متضادين

الحل

<p> <math>\vec{v}_{P/C} = \vec{v}_P - \vec{v}_C</math>  <math>\vec{v}_{C/P} = \vec{v}_C - \vec{v}_P</math>  <math>\vec{v}_{P/C} = 50 - 80 = -30</math>  <math>\therefore \vec{v}_{P/C} = 30</math> كم/س         </p>	<p> <math>\vec{v}_{P/C} = \vec{v}_P - \vec{v}_C</math>  <math>\vec{v}_{C/P} = \vec{v}_C - \vec{v}_P</math>  <math>\vec{v}_{P/C} = 50 - 80 = -30</math>  <math>\therefore \vec{v}_{P/C} = 30</math> كم/س         </p>
--	--

يتمن حل المسائل السابقة باستخدام القياسات الجبرية (القياسية)

ملحوظة

<p>١. الميادين في اتجاه واحد</p> $u + p = 120$ $u + p = 120$ $120 = 80 + 40$ $\therefore u + p = 120 \text{ كم/س}$	<p>٢. الميادين في اتجاهين متضادين</p> $u + p = 120$ $u - p = 40$ $120 = 80 + 40$ $\therefore u + p = 120 \text{ كم/س}$
--	--

ترتيب ٢. تتحرك باخرة في خط مستقيم نحو ميناء ولنر ما كانت على بعد ١٢٠ كم منه مرت فوقها طائرة تطير في الاتجاه المضاد بسرعة ٣٦٠ كم/س ورصدت حركة البخرة فبرت لها وكأنها متحركة بسرعة ٤٠٠ كم/س أصعب الزمن الذي يمضي حتى تصل البخرة للميناء

الحل

نفرض سرعة البخرة =  $p$  كم/س  
 $u + p = 120$  كم/س  
 $u - p = 40$  كم/س  
 $u + p = 120$  كم/س  
 $u - p = 40$  كم/س  
 $120 = 80 + 40$   
 $\therefore u + p = 120 \text{ كم/س}$   
 $\therefore$  الزمن وصول البخرة =  $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{120}{40} = 3$  ساعات

ترتيب ٣. قامت سيارة (١) متحركة على طريق مستقيم بقياس السرعة النسبية للسيارة (٢) قادمة في الاتجاه المضاد فوجدتها ١٢٠ كم/س ولما خفضت السيارة (٢) سرعتها إلى النصف وأعدت القياس وجدت أنه السرعة النسبية للسيارة (١) أصبحت ١٠٠ كم/س أوجد السرعة الفعلية لكل منهما.

الحل

نفرض:  $u = p$  كم/س  
 $u + p = 120$  كم/س  
 $u - p = 100$  كم/س  
 $120 = 80 + 40$   
 $\therefore u + p = 120 \text{ كم/س}$





## الحركة منتظمة التغير

هي الحركة التي يتغير فيها متجه سرعة الجسم مع لحظة لأخرى في المقدار أو الاتجاه أو كليهما

**متجه العجلة** هو المعدل الزمني للتغير في متجه السرعة أو هو التغير في متجه السرعة في وحدة الزمن

إذا كان  $\vec{v}_1$ ،  $\vec{v}_2$  متجهي سرعة جسم عند لحظتين متتاليتين  $t_1$ ،  $t_2$  فإنه:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

متجه العجلة المتوسطة  $\vec{a}$

\* وحدات العجلة:  $\frac{m}{s^2}$ ،  $\frac{cm}{s^2}$

## معادلات الحركة منتظمة التغير في خط مستقيم

متجه سرعة الجسم عند بداية الزمن  
متجه سرعة الجسم في نهاية فترة زمنية  $(t)$   
متجه الإزاحة التي حدثت على الجسم خلال فترة زمنية  $(t)$   
متجه العجلة.

العلاقة بين السرعة والزمن

$$v = v_0 + at$$

العلاقة بين السرعة والإزاحة

$$v^2 = v_0^2 + 2at$$

العلاقة بين الإزاحة والزمن

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$



ملاحظة

$v = \text{صفر}$

عند بداية حركة الجسم يكون

١

$a = \text{صفر}$

إذا بدأ الجسم حركته من السكون فإنه:

٢

$a = \text{صفر}$

إذا تحرك جسم وبسرعة سلك الجسم فإنه:

٣

$v = \text{صفر}$

إذا عاد الجسم إلى موضعه الأصلي فإنه:

٤

$a = \text{صفر}$

إذا تحرك الجسم بأقصى سرعة له فإنه:

٥

$a = \text{صفر}$

إذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة فإنه:

٦

$a = \text{صفر}$

إذا تحرك الجسم بسرعة ثابتة فإنه:

٧

الخصائص

أنواع الحركة في خط مستقيم

حركة منتظمة المتغير

حركة متغيرة

حركة منتظمة



قيمة السرعة  $v$  يتغير مع الزمن ثابتة

قيمة السرعة  $v$  يتغير

قيمة السرعة  $v$  ثابتة

$$① \quad v = a \cdot t + v_0$$

$$② \quad v = a \cdot t + v_0$$

$$③ \quad v = a \cdot t + v_0$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

**تدريب ١** بدأ جسم حركته في اتجاه ثابت بسرعة ١٠ م/ث وبجولة منتظمة مقدارها

٢٠ م/ث تعمل في اتجاه السرعة الابتدائية أو عكسها :

١ سرعة الجسم في نهاية دقيقة واحدة من بدء الحركة

٢ المسافة التي يقطعها في هذه الدقيقة

**الحل**

ع = ١٠	م = ٢٠	ع = ١٠	ع = ١٠	م = ٢٠	ع = ١٠
ف = ١٠	ف = ١٠	ف = ١٠	ف = ١٠	ف = ١٠	ف = ١٠

نوع الحركة : بعجلة

معادلة الحركة :  $ف = ع \cdot ت + \frac{١}{٢} \cdot ع \cdot ت^٢$

$$١٠ = ١٠ \cdot ١ + \frac{١}{٢} \cdot ع \cdot ١^٢$$

$$١٠ = ١٠ + \frac{١}{٢} \cdot ع$$

نوع الحركة : بعجلة

معادلة الحركة :  $ع = ع + ٠$

$$١٠ = ع + ٠$$

$$ع = ١٠$$

١ إذا كان اتجاه العجلة في نفس اتجاه السرعة فإنه الحركة متسارعة

٢ إذا كان اتجاه العجلة في عكس اتجاه السرعة فإنه الحركة تَقْصِيرِيَّة

**تدريب ٢** قذفت كرة بسرعة ٢٠ م/ث وبجولة تقصيرية ٢ م/ث<sup>٢</sup> أو عكسها :

١ المسافة التي قطعها الكرة حتى سكنت لحظياً

٢ متى تلوون الكرة على بُصر ٩٦ م من نقطة البداية

**الحل**

نوع الحركة : بعجلة

معادلة الحركة :  $ع = ع + ٠$

$$٢٠ = ع + ٠$$

$$ع = ٢٠$$

$$ع = ٢٠$$

$$ف = ٢٠$$

$$= ٢٠$$



٢ نوع الحركة: بعجلة

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ع} = ?? & \text{ح} = ?? & \text{ع} = ٢٠ \\ \hline \text{ف} = ٩٦ & & \\ \hline \text{ن} = ?? & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{معادلة الحركة: ف} &= \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{1}{2} \cdot \text{ع} \cdot \text{ن}^2 \\ ٩٦ &= \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{1}{2} \cdot \text{ع} \cdot \text{ن}^2 \\ \text{ع} \cdot \text{ن} &= ٩٦ + \frac{1}{2} \cdot \text{ع} \cdot \text{ن}^2 \\ \therefore \text{ع} &= \frac{٩٦}{\text{ن}} \end{aligned}$$

فرطانا إجابتي؟  $\text{ع} = ١٢$   $\text{ن} = ٨$

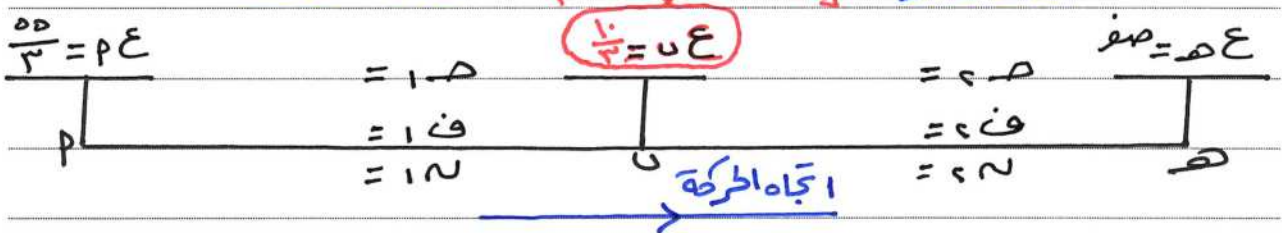
**ترتيب** نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٦٦ كم/س إلى ٢٢ كم/س بعد أن قطعت مسافة ٨٥ متر. أوجد الزمن الذي قطعت فيه السيارة هذه المسافة. وما المسافة التي تقطعها بعد ذلك حتى تتكن

الحل

خطوات حل المسألة :-

(i) التحويلات:  $\text{ع} = ٦٦ \times \frac{٥}{١٨} = ١٨ \frac{١}{٣}$  ،  $\text{ع} = ٢٢ \times \frac{٥}{١٨} = ٦ \frac{١}{٣}$

(ii) رسم المسألة للأجسام يتحرك على مرحلتين



(ii) دراسة المرحلة P ← U

$$\begin{aligned} \text{العجلة في هذه المرحلة هي نفس العجلة السابقة} \\ \therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{1}{2} \cdot \text{ع} \cdot \text{ن}^2 \\ ١٨ \frac{1}{3} = ٦ \frac{1}{3} + \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{1}{2} \cdot \text{ع} \cdot \text{ن}^2 \\ \therefore \text{ع} \cdot \text{ن} = ١٢ \\ \therefore \text{ع} = \frac{١٢}{\text{ن}} \end{aligned}$$

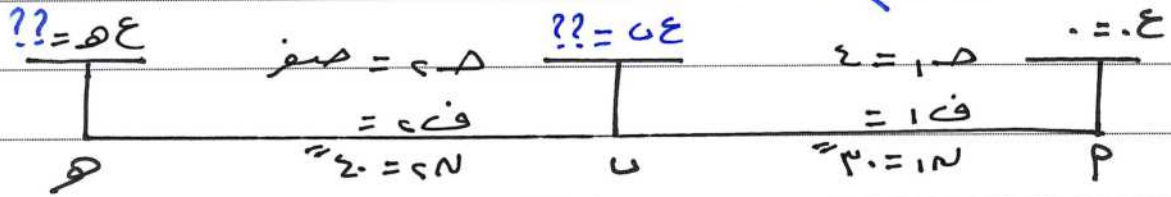
$$\begin{aligned} \therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{1}{2} \cdot \text{ع} \cdot \text{ن}^2 \\ \therefore ١٨ \frac{1}{3} = ٦ \frac{1}{3} + \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{1}{2} \cdot \text{ع} \cdot \text{ن}^2 \\ \therefore \text{ع} \cdot \text{ن} = ١٢ \end{aligned}$$

**لائحة** السرعة النهائية في المرحلة الأولى تعتبر سرعة ابتدائية في المرحلة الثانية

**تدريب ٤** بدأ جسم حركته من السكون في خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها  $٤ \text{ م/ث}^٢$  في لحظة  $٠$  ثم تحركت بالسرعة التي إلتصق بها لمدة  $٤$  ثانية أخرى في نفس الاتجاه وأوجد مقدار سرعة المتوسطة

الحل

اتجاه الحركة



المرحلة من P إلى U  
نوع الحركة: منتظمة (ع = ٠)  
مسار الحركة:  $٢٠ \times ٤ = ٨٠$   
 $\therefore ٨٠ = ٤ \times ٢٠$   
 $\therefore ٨٠ = ٤ \times ٢٠$

المرحلة من U إلى H  
 $\therefore ٨٠ = ٤ \times ٢٠ + ٠$   
 $\therefore ٨٠ = ٤ \times ٢٠ + ٠$   
 $\therefore ٨٠ = ٤ \times ٢٠ + ٠$   
 $\therefore ٨٠ = ٤ \times ٢٠ + ٠$   
 $\therefore ٨٠ = ٤ \times ٢٠ + ٠$

$\therefore$  السرعة المتوسطة  $٤ \text{ م/ث} = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{٨٠ + ١٢٠}{٢٠ + ٣٠} = \frac{٢٠٠}{٥٠} = ٤ \text{ م/ث}$

تدريب ٥

حجم الماء

١٨٠ صراً / ساعة / ٥

٣٠٠

٢٠

٥

١

المسافة التي يقطعها جسم يتحرك في اتجاه ثابت من السكون بعجلة مقدارها  $٤ \text{ م/ث}^٢$  في زمن قدره  $٤$  ثوان =

٨٠

٤٠

٢٠

١٠



٢) انطلقت سيارة من الكود بتارخ وقدره ١٢٤ أن فيام المافة التي تقطعها السيارة عندما تصبح سرعتها ١٢٤ أن هر

٧٤ (٢) ٢٥ (٣) ٩٦ (٤) ٨١ (٥)

٤) يتحرك جسم في خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ١٣٨ أن وفي اتجاه مضاد لاتجاه سرعته الابتدائية مقدارها ١٢٤ أن فيام سرعة الجسم بمر ١/٢ دقيقة من بدأ الحركة =

١٣٨ (٢) ١٣٦ (٣) ٧٦ (٤) ١٣٨ (٥) صفر

٥) إذا تفاقت سرعة سيارة من ٩٠ كم/س إلى ٣٦ كم/س خلال ٥ ثوان فام السيارة تتحرك بتقصير مقدار

١٥ (٢) ٩ (٣) ١٠ (٤) ٢ (٥)

٦) بدأ جسم حركته بسرعة ٧٤ كم/س بتقصير منتظم ١٢٢ أن فيام الزمن الذي يتغرقه الجسم حتى يكن ياول

٥ (٢) ١٠ (٣) ١٥ (٤) ٣٦ (٥)

٧) بدأ جسم حركته بسرعة ١٣٧ أن بعجلة منتظمة ١٢٢ أن فقطع مافة ٣٠ متراً ثم انقطعت العجلة وسار بسرعة منتظمة مافة ٥٢ متراً فام الزمن الكلي للرحلة =

٣ (٢) ٤ (٣) ٧ (٤) ١٤ (٥)

ح

ن

س

ح

٢

ح

ن

## السرعة المتوسطة خلال الثانية الزمنية

١ المسافة المقطوعة خلال الثانية الزمنية =  $f_n - f_{n-1}$

٢ السرعة المتوسطة لجسم خلال فترة زمنية = سرعة الحظية عند منتصف الفترة

٣ المسافة = السرعة المتوسطة  $\times$  الزمن

ترتيب  
١  
٢  
٣  
٤  
٥  
٦  
٧  
٨  
٩  
١٠  
١١  
١٢  
١٣  
١٤  
١٥  
١٦  
١٧  
١٨  
١٩  
٢٠  
٢١  
٢٢  
٢٣  
٢٤  
٢٥  
٢٦  
٢٧  
٢٨  
٢٩  
٣٠  
٣١  
٣٢  
٣٣  
٣٤  
٣٥  
٣٦  
٣٧  
٣٨  
٣٩  
٤٠  
٤١  
٤٢  
٤٣  
٤٤  
٤٥  
٤٦  
٤٧  
٤٨  
٤٩  
٥٠  
٥١  
٥٢  
٥٣  
٥٤  
٥٥  
٥٦  
٥٧  
٥٨  
٥٩  
٦٠  
٦١  
٦٢  
٦٣  
٦٤  
٦٥  
٦٦  
٦٧  
٦٨  
٦٩  
٧٠  
٧١  
٧٢  
٧٣  
٧٤  
٧٥  
٧٦  
٧٧  
٧٨  
٧٩  
٨٠  
٨١  
٨٢  
٨٣  
٨٤  
٨٥  
٨٦  
٨٧  
٨٨  
٨٩  
٩٠  
٩١  
٩٢  
٩٣  
٩٤  
٩٥  
٩٦  
٩٧  
٩٨  
٩٩  
١٠٠

- ١ المسافة المقطوعة بعد ٥ ثواني من بداية الحركة  
٢ المسافة المقطوعة في الثانية الخامسة فقط

الحل

١ نوع الحركة : بعجلة

مسار الحركة :  $f_n = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + f_0$

$f_5 = \frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 + 0 \times 5 + 0 = 125$

$\therefore f_5 = 125$

٢ نوجد المسافة بعد ٥ ثواني

$f_5 = \frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 + 0 \times 5 + 0 = 125$

نوجد المسافة بعد ٤ ثواني

$f_4 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 + 0 \times 4 + 0 = 80$

$\therefore$  المسافة خلال الثانية الخامسة =  $f_5 - f_4 = 125 - 80 = 45$



**ترتيب** يتحرك جسم بعجلة منتظمة في اتجاه ثابت فقطع ٢٦ متراً في الثانية الرابعة من بدء الحركة ٥٦.٢ متراً خلال الثانية العاشرة. اوجد العجلة التي يتحرك بها والسرعة الابتدائية عند بدء الحركة.

الحل

سرعة متوسطة

سرعة لحظة

$$m = \frac{v}{t}$$

$$v = u + at$$

خلال الثانية  $u = 1.2$  زمن في منتصف الفترة  
 $3.0 = 1.2$  (3.0) (2)

$$11 \leftarrow 3.0 + a = 26 \quad \leftarrow \quad 26 / 1.2 = \frac{26}{1} = m$$

السرعة المتوسطة = السرعة اللحظية عند منتصف الفترة

خلال الثانية  $u = 1.2$  (8) (9)  
 $8.0 = 1.2$  (8.0)

$$12 \leftarrow 8.0 + a = 56 \quad \leftarrow \quad 56 / 1.2 = \frac{56}{1} = m$$

$$12 \leftarrow \frac{26 - 56}{1.2 - 8.0} = \frac{1.2 - 8.0}{8.0 - 1.2} = a$$

$$\text{بالتعويض في 12} \quad \therefore 6 \times 8.0 + a = 56 \quad \therefore 12.5 = a$$

**ملحوظة** يمكن حل المسار لـ ١ و ٢ معاً لنوجد  $a$  و  $u$ .

**تدريب ٣** تحرك جسم بسرعة ابتدائية ما في اتجاه ثابت وبجهد منتظمة  
فإنه قطع في الثانية الثالثة مسافة ٢٠ متراً .  
ثم قطع في الثانية الخامسة والمسافة ٦٠ متراً  
إسبب الجهد التي تحرك بها الجسم وسرعة الابتدائية

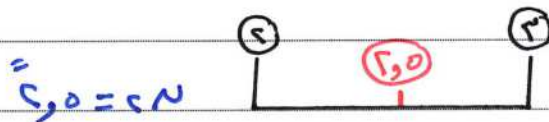
الحل

سرعة منتظمة

سرعة متغيرة

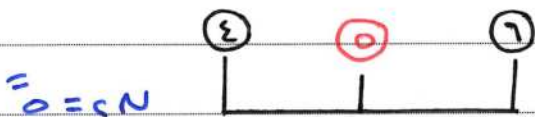
$$N + A + .E = E$$

$$E = \frac{F}{N}$$



هذه الحالة الثانية

$$E = \frac{F}{N} = \frac{20}{1} = 20 \quad \leftarrow 20 + .E = 20 \quad \text{II}$$



هذه الحالة الثانية

$$E = \frac{F}{N} = \frac{60}{2} = 30 \quad \leftarrow 30 + .E = 30 \quad \text{III}$$

$$E = \frac{20 - 30}{20 - 5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

المعوض :  $2 \times 5 + .E = 30 \therefore$ 

$$E = 10 \therefore$$



## الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية

تتحرك الأجسام رأسياً حركة مرة تحت تأثير قوة جذب الأرض بعجلة منتظمة ثابتة تسمى عجلة الجاذبية الأرضية  $s$  حيث:  $s = 9.8 \text{ م/ث}^2$  ;  $s = 10 \text{ م/ث}^2$

## قوانين الحركة الرأسية

الجسم صاعد

الجسم هابط

$$v = u - st$$

$$v = u + st$$

$$v^2 = u^2 - 2st$$

$$v^2 = u^2 + 2st$$

$$v = u - \frac{1}{2}st$$

$$v = u + \frac{1}{2}st$$

$$v = 0$$

إذا سقط الجسم فإنه

$$v = 0$$

إذا وصل الجسم لأقصى ارتفاع

إذا قذف جسم رأسياً لأعلى وعاد إلى نقطة القذف فإنه:

$$\text{زمن الصعود لأقصى ارتفاع} = \text{زمن الهبوط}$$

مقدار سرعة الجسم عند أي نقطة وهو صاعد = مقدار السرعة عند

نفس النقطة وهو هابط

٥ زمن الصعود لأقصى ارتفاع  $\frac{v}{g} = t$

٦ مسافة الوصول لأقصى ارتفاع  $v = \frac{v^2}{2g}$

٧ إذا قذف جسم رأسياً لأعلى من ارتفاع (ف) عن سطح الأرض فإنه

$- ف = v \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

تدريب ١ قذف حجر في بئر فارغ بسرعة ١٣.٤ م/ث رأسياً لأسفل فوصل إلى قاع البئر بعد ٢ ثانية أوجد

١ عمق البئر ٢ سرعة الحجر عند تصادمه بقاع البئر

الحل

$$\begin{aligned} 1. \quad v = ف + \frac{1}{2} g t^2 & \quad 2. \quad v = 13.4 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 \\ \therefore ف = 2 \times 9.8 + 13.4 & \quad \therefore ف = 33.6 \text{ متر} \\ \therefore ف = 33.6 \text{ متر} & \quad \therefore ف = 33.6 \text{ متر} \end{aligned}$$

تدريب ٢ قذف جسم رأسياً لأعلى بسرعة ١٣.٤ م/ث أوجد زمن وصوله إلى أقصى ارتفاع والمسافة التي وصل إليها.

الحل

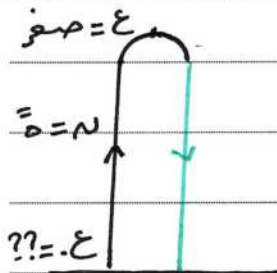
$$\begin{aligned} v = 0 & \quad v = 13.4 - 9.8 t \\ \therefore 0 = 13.4 - 9.8 t & \quad \therefore 9.8 t = 13.4 \\ \therefore t = 1.37 \text{ ث} & \quad \therefore t = 1.37 \text{ ث} \end{aligned}$$



**تدريب ٢** قذف جسم رأسياً لأعلى من نقطة على سطح الأرض فمار إليها بعد ١٠ ثوانه من لحظة القذف أوجد:

- ١) سرعة الجسم الابتدائية ٢) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم

الحل



ب. زمن الوصول لأقصى ارتفاع = زمن الهبوط

$$\therefore ٥ = ن \quad \text{ع} = ع \quad \text{ع} = ع \quad \text{ع} = ع$$

$$٥ \times ٩,٨ - ع = ٠ \quad ٥ \times ٩,٨ - ع = ٠$$

$$٥ \times ٩,٨ - ع = ٠$$

$$\therefore ع = ١٣٩,٥$$

$$\therefore ع = ١٣٩,٥ \text{ متر}$$

**تدريب ٣** سقطت كرة من ارتفاع ١٠ متر عن سطح الأرض فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسياً إلى أعلى مسافة ٥ متر راسب سرعة الكرة قبل وبعد اصطدامها بالأرض.

الحل

مرحلة القوط

$$ع = ع + ٥ \times ٩,٨$$

$$ع = ١ + ٥ \times ٩,٨$$

$$\therefore ع = ١٣٩,٥$$

مرحلة الارتداد

$$ع = ع - ٥ \times ٩,٨$$

$$٠ = ع - ٥ \times ٩,٨$$

$$\therefore ع = ١٣٩,٥$$



دايما في العلالى  
٠١٣٢٨٤٨٤٥٦٧  
٠١١١١٩٥٤٨٠٠

251

﴿ ف = ۹ و مَزْزَ

257

## عالم القزف



ترتيب  
٨١) قذف جسم رأسياً لأعلى بسرعة  $40 \text{ m/s}$  فإنه أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم ... متر

- ٦٥ (د) ٩٨ (هـ) ٨٤ (و) ٩٠ (ز)

٢) إذا سقط جسم من ارتفاع ١٠ أمتار على أرض أفقية فإنه سرعته لحظة اصطدامه بالأرض بوحدة  $\text{m/s}$  هي

- صفر (د) ٢٠ (هـ) ١٤ (و) ١٩٦ (ز)

٣) سقطت كرة من ارتفاع ٩٠ متر عن سطح الأرض وعند وصولها للأرض ارتدت ثانية إلى أعلى بسرعة تساوي نصف سرعة وصولها إلى الأرض . فإنه أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة = متر

- ٤٥ (د) ١٨ (هـ) ٢٢٥ (و) ١٩,٦ (ز)

٤) إذا سقط جسم من ارتفاع ١٩,٦ متر على أرض رملية فقام فيه  $312 \text{ m/s}$  حتى سكن فإنه عجلة حركة الجسم داخل الرمل بوحدة  $\text{m/s}^2$  تساوي

- ١٢٧٢ - (د) - ٩,٨ (هـ) ١٩,٦ (و) ١٧٢٢ (ز)

٥) سقط جسم من ارتفاع ٤٩٠ متر عن سطح الأرض فإنه سرعته المتوسطة خلال الثواني الثالثة والرابعة والخامسة من سقوطه =  $\text{m/s}$ 

- ٥٤ (د) ٥٣ (هـ) ٥٢,٥ (و) ٥٣,٥ (ز)

٦) سقط جسم من ارتفاع ١٢٩,٥ متر عن سطح الأرض رأسياً فإنه المسافة التي يقطعها الجسم خلال الثانية الأخيرة قبل اصطدامه بالأرض مباشرة تساوي ... متر

- ٤٨٠,٢ (د) ٧٨,٤ (هـ) ٣٩,٢ (و) ٤٤,١ (ز)

### قانون الجذب العام

كل الأجسام في الكون تتجاذب مع الأجسام الأخرى بقاير قوة متبادلة تتناسب طردياً مع كل من كتلتى الجسمين وعكسياً مع مربع المسافة بين مركزيهما.

إذا كانت:  $W$  قوة الجذب المتبادلة بين الجسمين

$M_1, M_2$  كتلتا الجسمين بالكيلو

$r$  المسافة بين مركزي الجسمين بالمتر

$G$  ثابت الجذب العام حيث  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ نيوتن } \cdot \text{م}^2 / \text{كجم}^2$

$$W = \frac{G M_1 M_2}{r^2}$$

فإنه :

العلاقة بين مجلتى الجاذبية على سطحى كوكبين

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{M_1}{M_2}$$

شدة مجال الجاذبية الأرضية

هو قوة جذب الأرض لكتلة تساوى الكيلو عند نقطة ما

$h$  : ارتفاع الجسم عن سطح الأرض بالمتر  
 $R$  : طول نصف قطر الأرض بالمتر  
 $M$  : كتلة الأرض بالكيلو

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$



**تدريب ١** كرتانه كتلة الأولى ٢٥٠ كجم وكتلة الثانية ٢٥٠ كجم وضعت الكرتانه بحيث كانت المسافة بين مركزيهما ٣٥٠ م. احسب قوة التجاذب بينهما علماً بأنه ثابتة الجذب العام  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  نيوتن  $\text{م}^2/\text{كجم}^2$

الحل

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\therefore F = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{250 \times 250}{(350)^2} \Rightarrow \therefore F = 2.8682 \times 10^{-10} \text{ نيوتن}$$

**تدريب ٢** إذا علمت أن كتلة الأرض  $6 \times 10^{24}$  كجم وكتلة القمر  $7.36 \times 10^{22}$  كجم والمسافة بين مركزيهما  $3.84 \times 10^8$  متر أوجد قوة جذب الأرض للقمر

الحل

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\therefore F = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{6 \times 10^{24} \times 7.36 \times 10^{22}}{(3.84 \times 10^8)^2} \Rightarrow \therefore F = 3.3411 \times 10^{22} \text{ نيوتن}$$

**تدريب ٣** قمر صناعي كتلته ٤٠٠٠ كجم يدور على ارتفاع ٤٤٠ كجم من سطح الأرض فإذا كانت كتلة الأرض  $6 \times 10^{24}$  كجم وطول نصف قطرها  $6.37 \times 10^6$  متر أوجد قوة التجاذب المتبادلة بين الأرض والقمر الصناعي

الحل

$$F = F_g + F_c$$

$$\therefore F = 6.67 \times 10^{-11} + 44000 \text{ متر}$$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\therefore F = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{4000 \times 6 \times 10^{24}}{(44000 + 6.37 \times 10^6)^2} = 3.6719 \times 10^{-10} \text{ نيوتن}$$

ترتيب

- ١) كوكب كبتة ماويه ثلاث مرات كتلة الأرض وقطره يساوي ثلاث مرات قدر قطر الأرض فإيه النسبة بين عجلة الجاذبية على سطح هذا الكوكب و سطح الأرض =
- ٤) ٩ : ١    ٥) ٣ : ١    ٦) ١ : ٩    ٧) ١ : ٣

- ٢) إذا كان طول نصف قطر كل من القمر والأرض ١٦٠٠ كم ١٦٠٠٠ كم على الترتيب وكانت النسبة بين عجلتي الجاذبية لكل منهما ٦ : ١ فإيه النسبة بين كتلتيهما على الترتيب =
- ٤) ٩٦ : ١    ٥) ١ : ٩٦    ٦) ١ : ٩٦    ٧) ٩٦ : ١

- ٣) إذا علمت أنه كتلة الأرض ٦.٠ × ١٠<sup>٢٤</sup> كجم وطول نصف قطرها ٦.٣٦ × ١٠<sup>٦</sup> متر فإيه سرعة حبال الجاذبية الأرضية على سطح الأرض =
- ٤) ٨ و ٩    ٥) ٨١ و ٩    ٦) ٩٩٣ و ٩    ٧) ٨٩ و ٩

- ٤) إذا كانت عجلة الجاذبية الأرضية (g) هي ١٠.٣١ م/ث<sup>٢</sup> وطول نصف قطر الأرض يساوي ٦.٣٦ × ١٠<sup>٦</sup> متر فإيه كتلة الأرض =
- ٤) ١.٠ × ٦.٣٦ × ١٠<sup>٢٤</sup>    ٥) ١.٠ × ٦.٣٦ × ١٠<sup>٢٤</sup>    ٦) ١.٠ × ٦.٣٦ × ١٠<sup>٢٤</sup>    ٧) ١.٠ × ٦.٣٦ × ١٠<sup>٢٤</sup>

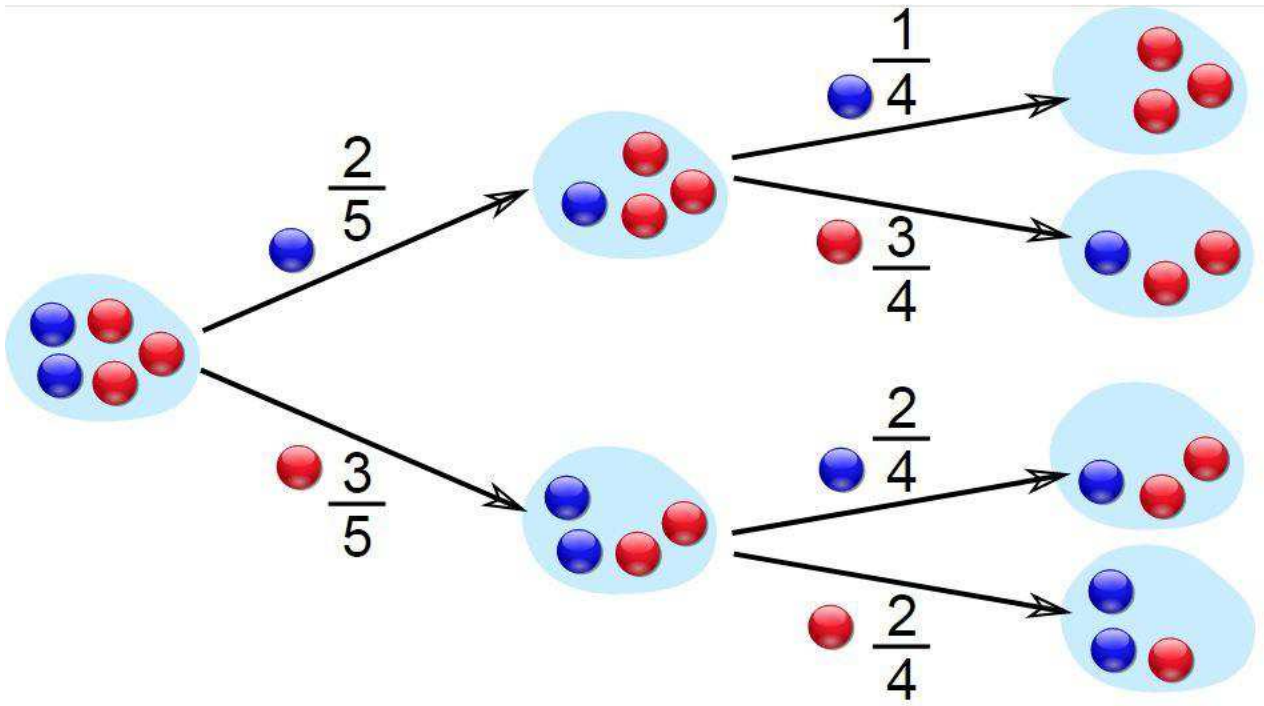
ا	ب	ج	د
---	---	---	---

تم بحمد الله



# ثانياً :

## الاحتمالات



## الإحتمالات

**التجربة العشوائية** هي تجربة معروف نتائجها الممكنة قبل إجرائها وللتفانلا نتطبع تحديد أى النواتج سيتحقق عند إجرائها .

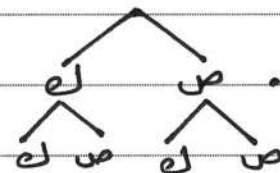
**فضاء العينة** هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدث لتجربة عشوائية ما  
 \* يرمز لفضاء العينة بالرمز "ف" ويرمز لحدث خاصه  $\omega$  (ف)  
 \* يمثل فضاء العينة بالشجرة البيانية أو الشبكة البيانية

ملاحظات

**تدريب ١** أكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة ؟  
 ف = { ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ }  
 $n = 6$  (ف)

**٢** أكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين ؟

ف = { (ص ص) (ص ك) (ك ص) (ك ك) }  
 $n = 4$  (ف)



## الأحداث

**الحدث** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة

**أنواع الحدث**

**١** الحدث المؤكدر (ف) : هو حدث لا بد أنه يقع عند إجراء التجربة العشوائية

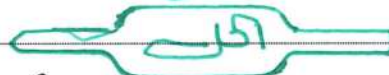


١ الحدث الطاقيل : هو الحدث الذي لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية

٢ الحدث البسيط : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تحتوي على عنصر واحد فقط .

٣ ترتيب في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه . آتية الإحداثيات التالية

- ١ :  $P$  : حدث وقوع عدد فردي ٢ :  $C$  : حدث وقوع عدد زوجي  
٣ :  $H$  : حدث ظهور عدد أولي ٤ :  $S$  : حدث ظهور عدد أكبر من ٧  
٥ :  $L$  : حدث ظهور عدد بين ٥ و ٣ ٦ :  $O$  : حدث ظهور عدد أقل من ٧

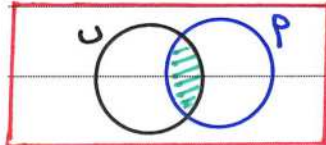


فضاء العينة  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- ١ :  $P = \{1, 3, 5\}$  ٢ :  $C = \{2, 4, 6\}$   
٣ :  $H = \{2, 3, 4, 5\}$  ٤ :  $S = \{6\}$   
٥ :  $L = \{4\}$  ٦ :  $O = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

### العمليات على الأحداث

ف

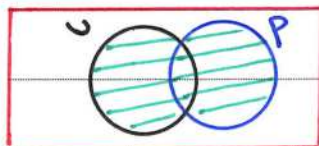


حدث وقوع  $P$  و  $C$  ١

حدث وقوع  $P$  و  $C$  ٢

التقاطع  $P \cap C$

ف

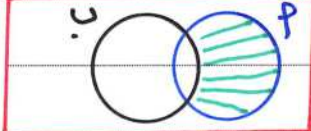


حدث وقوع  $P$  أو  $C$  ١

حدث وقوع  $P$  أو  $C$  ٢

الاتحاد  $P \cup C$

ف



حدث وقوع  $P$  فقط ١

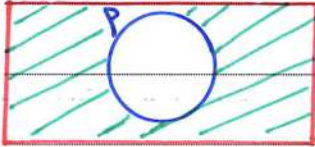
حدث وقوع  $P$  و  $C$  ٢

الضرب  $(P - C)$

ف

حدث عدم وقوع  $P$

الحدث المتمم  $\bar{P}$



تدريب 3

صنوهذه بطاقات مرقمة من ١ إلى ٧ كتبت بطاقة واحدة عشوائياً ولوخط الرقم عليها أكتب فضاء العينة ثم أوجد الأحداث التالية:-

- ١ حدث الوصول على عدد فردي ٢ حدث الوصول على عدد أولي
- ٣ حدث وقوع  $P$  مع  $K$  معاً ٤ حدث وقوع  $P$  أو  $K$
- ٥ حدث وقوع  $P$  فقط ٦ حدث عدم وقوع  $P$

الحل

ف =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

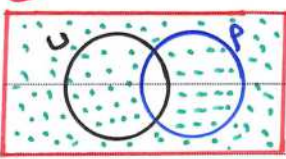
- ١  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ٢  $P \cap K = \{2, 3, 4\}$
- ٣  $P \cup K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ٤  $P \cup K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ٥  $\bar{P} = \{6, 7\}$  ٦  $\bar{P} = \{6, 7\}$

ملاحظات

ف

حدث عدم وقوع  $P$  و  $K$  معاً  
حدث وقوع أحدهما على الآخر

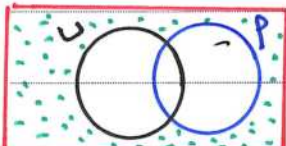
١  $\overline{P \cap K} = (\bar{P} \cup \bar{K})$



حدث عدم وقوع أي من الحدثين  
حدث عدم وقوع  $P$  وعدم وقوع  $K$

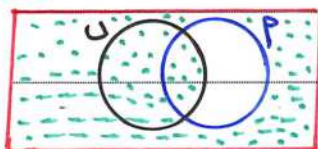
٢  $\overline{P \cup K} = (\bar{P} \cap \bar{K})$

ف





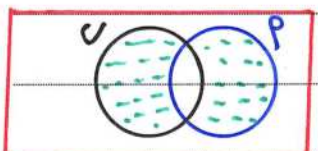
ف



حدث عدم وقوع  $P$  فقط

حدث وقوع  $U$  أو عدم وقوع  $P$

$$\bar{U} \cap P = (P - U) \quad (3)$$



حدث وقوع أحد الحدثين فقط

حدث وقوع  $P$  فقط أو  $U$  فقط

$$(P - U) \cup (U - P) = (U \cap P) - (U \cup P) \quad (4)$$

يقال أنه الحدثين  $P$  و  $U$  متنافيين إذا وفقط إذا كان:  $\Phi = U \cap P$  (5)

$$\Phi = \bar{P} \cap P \quad \text{و} \quad \bar{P} \cup P = \Phi \quad (6)$$

$$\bar{U} \cap P = (U - P) \quad \text{حدث وقوع } P \text{ و عدم وقوع } U \quad (7)$$

إذا كان  $U \supset P$  فإنه: (8)

$$\Phi = U - P \quad P = U \cap P \quad U = U \cup P$$

ترتيب ٤ ألقية قطعة نقود ثم حجر نرد ولونظ الوجه العلوي لقطعة النقود

والصدر الظاهر على الوجه العلوي حجر النرد مثل فضاء العينة بكل تجري

ثم أوجد الأصداء الآتية:

١ حدث ظهور رقابة وعدم زوج

٢ حدث ظهور صورة وعدم فرد

٣ حدث وقوع الحدث  $P$  و وقوع الحدث  $U$

٤ حدث وقوع الحدث  $P$  فقط

٥ حدث عدم وقوع  $P$  أو عدم وقوع  $U$



دائما في العلالى  
٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧  
٠١١١١٩٥٤٨٠٠

## حساب الاحتمال

مثال قهيري

في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي.  
أكتب فضاء لعينة، ثم أكتب الأعداد التالية:-

١. عدد وقوع عدد زوجي ٢. عدد وقوع عدد يقصر بين ٢ و ٣

٣. عدد وقوع عدد أكبر من ٧ ٤. عدد وقوع عدد أقل من ٧

الحل

ف = {١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦}

∴ (ف) = ٦ عدد العناصر

١. {٢ ٤ ٦} = ٣

عدد عناصر الكائن P

طاب احتمال وقوع الكائن P =  $\frac{(P)}{(ف)} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٢. {٥ ٦} = ٢

عدد عناصر الكائن ب

طاب احتمال وقوع الكائن ب =  $\frac{(ب)}{(ف)} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٣. {} = ٠

عدد عناصر الكائن ج = صفر

طاب احتمال وقوع الكائن ج =  $\frac{(ج)}{(ف)} = \frac{صفر}{٦} = صفر$

٤. {١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦} = ٦

عدد عناصر الكائن د

طاب احتمال وقوع الكائن د =  $\frac{(د)}{(ف)} = \frac{٦}{٦} = ١$

\* **حساب الاحتمال** إذا كان في فضاء لعينة تجربة عشوائية ما فإنه احتمال وقوع أي كائن P في فضاء هو:-

$$ل(P) = \frac{(P)}{(ف)} = \frac{\text{عدد عناصر } P}{\text{عدد عناصر ف}}$$



### حسابات الاحتمال

١ إذا كان  $P \supset S$  فإنه يوجد عدد حقيقي يسمى احتمال وقوع  $A$  ويكون: صفر  $\leq P(A) \leq 1$  أي أن  $0 \leq P(A) \leq 1$

٢  $P(\emptyset) = 0$  أي أن احتمال وقوع  $A$  المثلث = 0

٣  $P(S) = 1$  صفر أي أن احتمال وقوع  $A$  المثلث = صفر

٤ إذا كان  $P \supset S$  حدثين متضادين فإنه:  
 $P(S \cup P) = P(S) + P(P)$   $P(S \cap P) = 0$

### قوانين الاحتمالات

$$P(S \cup P) = P(S) + P(P) - P(S \cap P) \quad (1)$$

(i) احتمال وقوع  $P$  و  $S$  (ii) احتمال وقوع  $P$  و  $S$  معاً

$$P(S \cup P) = P(S) + P(P) - P(S \cap P) \quad (2)$$

(i) احتمال وقوع  $P$  أو  $S$  (ii) احتمال وقوع  $A$  و  $B$  معاً

$$P(S - P) = P(S) - P(S \cap P) \quad (3)$$

(i) احتمال وقوع  $P$  و  $S$  (ii) احتمال وقوع  $P$  فقط

$$P(\bar{P}) = 1 - P(P) \quad (4)$$

$$(S \cap P)' = (S \cap P)' = (S' \cup P') \quad (5)$$

(i) احتمال عدم وقوع الحدثين معاً (ii) احتمال وقوع أحدهما على الأكثر

$$(S \cup P)' = (S \cup P)' = (S' \cap P') \quad (6)$$

(i) احتمال عدم وقوع أى من الحدثين (ii) احتمال عدم وقوع P وعدم وقوع S

إذا كان  $P \supset S$  فإنه:

$$P \cap S = P$$

$$P \cup S = P$$

إذا كان  $P \cap S = \emptyset$  فإنه:  $P \cup S = P + S$

ترتيب إذا كان P و S حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف حيث:

$$P \cup S = \frac{3}{8}, \quad P \cap S = \frac{1}{4}, \quad S = \frac{3}{8}$$

$$(1) \quad P \cup S = \frac{3}{8} \quad (2) \quad P \cap S = \frac{1}{4} \quad (3) \quad P = \frac{3}{8} \quad (4) \quad S = \frac{3}{8} \quad (5) \quad (P \cup S)' = \frac{5}{8}$$

الحل

لاحظ عنصر الحاشي يجب يكون موجود:  $P \cup S, P \cap S, P, S$   
لأنهم الأساس في أي خطوة أخرى

الحدث	$P \cup S$
الحدث	$P \cap S$
الحدث	$P$
الحدث	$S$

$$(1) \quad P \cup S = \frac{3}{8}, \quad P \cap S = \frac{1}{4}, \quad P = \frac{3}{8}, \quad S = \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$$

$$(2) \quad P \cup S = \frac{3}{8}, \quad P \cap S = \frac{1}{4}, \quad P = \frac{3}{8}, \quad S = \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{3}{8} - \frac{3}{8} =$$

$$(3) \quad P \cup S = \frac{3}{8}, \quad P \cap S = \frac{1}{4}, \quad P = \frac{3}{8}, \quad S = \frac{3}{8}$$



$$(C \cup P) \cdot 1 = (C \cup P) \cdot 1 = (\bar{C} \cap \bar{P}) \cdot 1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} = \frac{N}{8} - 1 =$$

ترتيب ٢ إذا كان  $P$  و  $C$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف  
وكانه  $(P) \cdot 1 = \frac{0}{8}$  و  $(C) \cdot 1 = \frac{1}{8}$  و  $(C - P) \cdot 1 = \frac{3}{8}$  إضافة :-  
(1)  $(\bar{C} \cap \bar{P}) \cdot 1$  (2)  $(C \cup \bar{P}) \cdot 1$

### الحل

لا حظ أنه :	$(P) \cdot 1$	$(C) \cdot 1$	$(C \cap P) \cdot 1$	$(C \cup P) \cdot 1$	يجب أن يكون الجبرول كامل
	$\frac{0}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	??

$$(i) \therefore (C - P) \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

$$\therefore (C \cap P) \cdot 1 - (P) \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

$$\therefore \frac{3}{8} = (C \cap P) \cdot 1 - \frac{0}{8} \Rightarrow (C \cap P) \cdot 1 = \frac{3}{8} + \frac{0}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{C}{8} = \frac{3}{8} - \frac{0}{8} = (C \cap P) \cdot 1$$

$$(ii) (C \cap P) \cdot 1 - (C) \cdot 1 + (P) \cdot 1 = (C \cup P) \cdot 1$$

$$\frac{N}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{0}{8} =$$

$$\therefore (1) \therefore (\bar{C} \cap \bar{P}) \cdot 1 = (C \cup P) \cdot 1 - 1 = \frac{N}{8} - 1 = \frac{1}{8}$$

$$(C \cap \bar{P}) \cdot 1 - (C) \cdot 1 + (\bar{P}) \cdot 1 = (C \cup \bar{P}) \cdot 1 \quad (2)$$

$$(P - C) \cdot 1 - (C) \cdot 1 + (P) \cdot 1 - 1 =$$

$$(C \cap P) \cdot 1 + (C) \cdot 1 - (C) \cdot 1 + (P) \cdot 1 - 1 =$$

$$\frac{1}{8} + \frac{0}{8} - 1 =$$

$$\therefore \frac{0}{8} = (C \cup \bar{P}) \cdot 1$$

$\mathcal{L}(P) \cap \mathcal{L}(P) = \mathcal{L}(P) \cup \mathcal{L}(P) = \mathcal{L}(P)$  أو  $\mathcal{L}(P) \cap \mathcal{L}(P) = \mathcal{L}(P)$



نفرض:  $\Delta(P) = 0$   $\therefore \Delta(C) = 0$

$$(Q)J + (P)J = (Q \cup P)J \therefore$$

$$u^3 + u = 0, \forall u \therefore$$

$$0.75 = 75\% \leq \frac{375}{500} = 75\% \leq 75\% = 0.75$$

$$\therefore 50\% = (C) \downarrow 5 \quad \therefore 1\% = (P) \downarrow 1$$

٢) الشد:  $P > C$

$$(c)J = (c \cup P)J \therefore$$

$$\therefore \cup = \cap \quad \text{و} \quad \cap = \cup$$

$$\therefore \nabla \zeta = (\omega) d\zeta \quad \therefore \zeta \xi = (P) d\zeta \therefore$$

احتمال وقوع الحدث  $P = 0.5$  و احتمال وقوع الحدث  $c = 0.7$

5. احتمال عدم وقوع الكرتين معاً =  $A \cap B = 0$  أو  $A \cap B = \emptyset$ .

١) احتمال وقوع الحدث  $A$  والحدث  $B$  معاً

٢) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

۲) احتمال وقوع اکثر  $\sim$  عدم وقوع اکثر  $p$



المعطيات :- احتمال وقوع الحدث  $P$ 

$$L(P) = 0.5$$

احتمال وقوع الحدث  $S$ 

$$L(S) = 0.6$$

احتمال عدم وقوع الحدثين معاً

$$L(S \cap P) = 0.8$$

$$\therefore L(S \cap P) = 0.8$$

$$\therefore 1 - L(S \cap P) = 0.8 \Rightarrow L(S \cap P) = 1 - 0.8 = 0.2$$

$$L(S \cup P) = L(S) + L(P) - L(S \cap P)$$

$$= 0.5 + 0.6 - 0.2 = 0.9$$

١) احتمال وقوع الحدث  $P$  والحدث  $S$  معاً  $L(S \cap P) = 0.2$ ٢) احتمال وقوع أحدهما الحدثين على الأقل  $L(S \cup P) = 0.9$ ٣) احتمال وقوع الحدث  $S$  وعدم وقوع الحدث  $P$ 

$$L(S - P) = L(S) - L(S \cap P)$$

$$= 0.6 - 0.2 = 0.4$$

تأريخ فصل دراسي به ٣٠ طالباً منهم ١٨ يدرسون الاحصاء ١٠ يدرسون

الكمبيوتر ٢٢ يدرسون إحدى المادتين على الأقل أختير طالباً عشوائياً

إجابة احتمال أنه يتوجه الطالب المختار :-

١) ممن يدرسون الكمبيوتر والاحصاء ٢) ممن يدرسون الكمبيوتر فقط

٣) لا يدرسون الكمبيوتر ٤) لا يدرسون أي من المادتين

الحل

نفرض دارس الكمبيوتر  $P$ 

$$\therefore L(P) = \frac{10}{30}$$

 $S$  دارس الاحصاء

$$\therefore L(S) = \frac{18}{30}$$

٢٢ يدرسون إحدى المادتين على الأقل

$$\therefore L(S \cup P) = \frac{22}{30}$$

$$L(S \cap P) = L(S) + L(P) - L(S \cup P)$$

$$\therefore (C \cap P) = \frac{1}{3} + \frac{18}{30} - \frac{29}{30} = \frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$

$$(C - P) = (C \cap P) - (P) = \frac{10}{30} - \frac{29}{30} = -\frac{19}{30} \quad (2)$$

$$(P) = (P) - 1 = \frac{29}{30} - 1 = -\frac{1}{30} \quad (3)$$

$$(C \cup P) = (C \cap P) + (P) = \frac{10}{30} - \frac{1}{30} = \frac{9}{30} \quad (4)$$

$$= \frac{9}{30} - 1 = -\frac{21}{30} = -\frac{7}{10}$$

**تدريب** يصوب جندي في وقت واحد نحو هدف ما فإذا كان احتمال أنه يصيب الجنب الأول الهدف هو 0.5 واحتمال أنه يصيب الجنب الثاني الهدف هو 0.3 واحتمال أنه يصيب الجنب الثاني الهدف معاً هو 0.3. احسب احتمال أنه يصيب الجنب الأول الهدف فقط.

1. أن يصيب الجنب الأول الهدف فقط.
2. أن يصيب أحد حيا الهدف على الأقل.



دائماً في العلاء  
٠١٢٢٨٤٨٤٥٦٧  
٠١١١٩٥٤٨٠٠



تدريب  
٧

١ احتمال الحدث المؤلّد =

☐  $\Phi$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$

٢ إذا كان  $P(A) = \frac{3}{4}$  و  $P(B) = \frac{1}{2}$  و  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ، فإن  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) =$ 

☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{3}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$

٣ إذا كان  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  و  $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$  و  $P(\bar{B}) = \frac{1}{4}$ ، فإن  $P(A \cup B) =$ 

☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{3}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$

٤ إذا كان  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  و  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$ ، فإن  $P(A \cup B) =$ 

☐  $P(A)$  ☐  $P(B)$  ☐  $P(A) + P(B)$  ☐  $P(A \cap B)$

٥ إذا كان  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  و  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$ ، فإن  $P(A \cup B) =$ 

☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{3}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$

٦ إذا كان  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  و  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$ ، فإن  $P(A \cup B) =$ 

☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{3}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$

☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{3}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$

٧ إذا كان  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  و  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$ ، فإن  $P(A \cup B) =$ 

☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{3}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$

☐  $\frac{1}{4}$  ☐  $\frac{1}{2}$  ☐  $\frac{3}{4}$  ☐  $\frac{1}{8}$